

# Het breukenlaboratorium

## Breuken ontdekken en visualiseren

Met de stapelbare breukhouder kan men, door de doorzichtige bodem heen, verschillende door cirkelsegmenten gevormde breuken met elkaar vergelijken en zo niet alleen breukverhoudingen, maar ook het optellen en aftrekken van breuken zichtbaar maken.

De folieschijven met verschillende breukeenheden dienen voor het zelf controleren van berekeningen en redeneringen.

Het materiaal is geschikt om op een ontdekkende manier te leren in het normale onderwijs en bij individuele hulp en geeft wiskundig begaafde kinderen de gelegenheid de wereld van de breuken zelfstandig te verkennen.

Een geniaal eenvoudig hulpmiddel, dat de wereld van de breuken ook spannend maakt voor kinderen die niet goed zijn in rekenen!

### Inhoud

- 2 breukhouders
- 1 set **breukdelen** ( $\frac{1}{4}$  wit: 1 ex.,  $\frac{1}{2}$  paars: 2 ex.,  $\frac{1}{3}$  blauw: 3 ex.,  $\frac{1}{4}$  rood: 4 ex.,  $\frac{1}{6}$  geel: 6 ex.,  $\frac{1}{8}$  lichtgroen: 8 ex.,  $\frac{1}{12}$  oranje: 12 ex.,  $\frac{1}{24}$  donkergroen: 24 ex.)
- 15 bedrukte **folieschijven** (indelingen:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{15}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{18}$ ,  $\frac{1}{20}$ ,  $\frac{1}{24}$ )

Het werken met het breukenlaboratorium ondersteunt het inzicht op de gebieden visualiseren en lezen-schrijven van echte breuken, gelijkwaardigheid van breuken, optellen en aftrekken met breuken.

## Voorbeelden van opgaven

### 1. Breuken benoemen

Leg breukdelen van dezelfde kleur in de breukhouder. Hoeveel delen heb je nodig voor een volle cirkel? (b.v. 4 rode delen, 6 gele delen)

Benoem één zo'n deel! (b.v. een vierde, een zesde)

Benoem alle delen samen! (b.v. vier vierden, zes zesden)

*In dit verband kan ook de schrijfwijze van breuken met teller en noemer actief ontdekt en visueel uitgelegd worden.*

### 2. Stambreuken ordenen

Leg één breukdeel van elke kleur op tafel. Orden de delen naar grootte.

Benoem ze één keer vooruit en één keer achteruit. Schrijf de breuken geordend op, één keer vooruit en één keer achteruit.

Leg de folieschijven op volgorde van grootte of op volgorde van het aantal afgebeelde cirkelsegmenten. Benoem de grijze delen. Schrijf de breuken in volgorde op.

### 3. Breuken schatten, lezen en opschrijven

#### a. Schatten

Ga met z'n tweeën bij elkaar zitten. Leg een breukdeel in de breukhouder. Let erop dat de beschreven kant omlaag ligt. De ander moet nu schatten welke breuk het is. Controleer samen het resultaat door er een tweede breukhouder op te plaatsen en de grootte met de folieschijven te vergelijken.

*Deze oefening kan zowel met enkele breukdelen (enkelvoudige breuken) als – in stijgende moeilijkheidsgraad – met meerdere breukdelen van dezelfde kleur of later ook van verschillende kleuren worden uitgevoerd.*

#### b. Lezen, begrijpen en opschrijven

Schrijf een breuk op. Het andere kind zoekt het juiste breukdeel en legt het in de breukhouder.

Doe dezelfde oefening, maar nu zeg je de breuk mondeling.

En nu omgekeerd: leg een breukdeel in de breukhouder. Het andere kind schrijft de breuk op.

Controleer elke keer samen het resultaat door er een tweede breukhouder op te plaatsen en de grootte met de folieschijven te vergelijken.

### 4. Gelijkwaardigheid van breuken

#### a. Ontdekken

Leg een breukdeel in de breukhouder. Kun je hetzelfde deel van de cirkel ook met andere breukdelen bedekken? Welke delen zouden daarvoor



gebruikt kunnen worden? Waarom?

Plaats er een tweede breukhouder op en leg in de deksel dezelfde breuk met andere delen. Gebruik daarvoor alleen delen van dezelfde kleur. Controleer door de doorzichtige bodem of de oppervlakken werkelijk precies even groot zijn.

Schrijf je resultaat als vergelijking op (b.v.  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  of  $\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$ ).

**Tip:** De folieschijven kunnen je helpen om erachter te komen welke breukdelen geschikt zijn. Leg een folieschijf in de deksel. Als de lijnen van de cirkelsegmenten precies op de randen van de breuk in de bodem passen, kun je de breuk met de passende breukdelen leggen. Probeer dat met verschillende folieschijven uit.

*Als uitgangssituatie zijn vooral  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  en  $\frac{1}{6}$  geschikt. Maar met vierentwintigsten kunnen nog  $\frac{1}{8}$  en  $\frac{1}{12}$  afgedekt worden.*

*Dezelfde oefening kan ook met meerdere breukdelen als uitgangssituatie worden uitgevoerd. Daarbij moet er altijd op worden gelet dat er in elke breukhouder alleen delen van één kleur mogen liggen.*

*Nadat de kinderen hebben ontdekt dat en hoe breuken gelijkwaardig kunnen zijn, is het niet moeilijk meer uit te leggen hoe breuken gelijknamig kunnen worden gemaakt.*

#### b. Vergroten

Zoek een breukdeel uit. Hoe kun je deze breuk vergroten? Schrijf je vermoeden op (b.v.  $\frac{1}{8}$  kan ik vergroten tot zestienden en tot vierentwintigsten).

Leg het breukdeel in de breukhouder. Plaats er een tweede breukhouder op. Kies een folieschijf uit die bij jouw vermoeden past en waarvan de segmenten kleiner zijn dan je breukdeel. Leg de folieschijf in de deksel. Als de lijnen van de cirkelsegmenten precies op de randen van de breuk in de bodem passen, was je vermoeden juist. Tel het aantal segmenten en schrijf de vergroting als vergelijking op (b.v.  $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$  of  $\frac{3}{18}$  of  $\frac{4}{24}$ ). Probeer dat met verschillende folieschijven uit.

#### c. Vereenvoudigen

Leg meerdere breukdelen van dezelfde kleur in de breukhouder.

Kun je de weergegeven breuk vereenvoudigen? Schrijf je vermoeden op (b.v.  $\frac{6}{12}$  kan ik vereenvoudigen door deling door 2, door 3 en door 6).

Plaats een tweede breukhouder op de eerste. Kies een folieschijf uit die bij jouw vermoeden past en waarvan de segmenten groter zijn dan de afzonderlijke breukdelen in de bodem. Leg de folieschijf in de deksel. Als de lijnen van de cirkelsegmenten precies op de randen van de breuk in de bodem passen, was je vermoeden juist. Tel het aantal segmenten en schrijf de vereenvoudiging als vergelijking op (b.v.  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ). Probeer dat met verschillende folieschijven uit.

#### d. Berekenen

Leg een breuk bestaande uit één of meer breukdelen van dezelfde kleur in de breukhouder. Schrijf de breuk op, verander hem (vergroten of vereenvoudigen) en controleer het resultaat met behulp van het breukenlaboratorium (b.v.  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$  of  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ).

**Tip:** Op de folieschijven zie je andere mogelijkheden, waarvoor er geen breukdelen zijn.

*Het is belangrijk dat de kinderen beleven en zich door veel herhaling inprenten dat grote getallen in de noemer kleine delen betekenen. Om dit inzicht te verdiepen is ook het spel "Breuk of noemer" (zie hierna) geschikt.*

### 5. Breuken optellen

#### a. Ontdekken

Leg twee verschillende breukdelen in de breukhouder. Plaats er een tweede breukhouder op en leg in de deksel dezelfde breuk met delen van een andere kleur. Controleer door de doorzichtige bodem of het oppervlak werkelijk precies even groot is. Welke zijn de grootste delen waarmee dat mogelijk is?

Schrijf het resultaat als vergelijking op (b.v.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$  of  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ ).

**Tip:** De folieschijven kunnen je helpen om erachter te komen welke breukdelen geschikt zijn. Leg een folieschijf in de deksel. Als de lijnen van de cirkelsegmenten precies op de randen van de breuk in de bodem passen, kun je de breuk met de passende breukdelen leggen.

#### b. Berekenen

Leg twee verschillende breukdelen in de breukhouder. Schrijf de optelling op. Verander de breuken zodanig dat je ze gemakkelijk kunt optellen (daarvoor moeten ze dezelfde noemer hebben) en bereken de uitkomst. Controleer de uitkomst met behulp van het breukenlaboratorium

(b.v.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$  of  $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3}{24} + \frac{2}{24} = \frac{5}{24}$ ).

**Tip:** Op de folieschijven zie je andere mogelijkheden, waarvoor er geen breukdelen zijn.

*Met behulp van de folieschijven kan bij veelgemaakte fouten, zoals  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$ , heel duidelijk zichtbaar gemaakt worden dat ze fout zijn.*

### 6. Breuken aftrekken

#### a. Ontdekken

Leg een breukdeel in de breukhouder. Plaats er een tweede breukhouder op en leg in de deksel een kleiner breukdeel. Hoe groot is het verschil tussen de twee delen?

Probeer het eerst met de aanwezige delen. Is er een dat past? Heb je er meerdere van dezelfde kleur nodig?



Probeer met behulp van de folieschijven welke cirkelsegmentindeling precies op het verschil past.

Schrijf je resultaat als vergelijking op (b.v.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$  of  $\frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{5}{24}$ ).

*De optelling is vooral goed te visualiseren als er meer dan twee breukhouders beschikbaar zijn; dan kan het aftrekgetal in de onderste breukhouder worden gelegd, de aftrekker in de middelste en de folieschijf / het verschil in de bovenste.*

## b. Berekenen

Leg een breukdeel in de breukhouder. Plaats er een tweede breukhouder op en leg in de deksel een kleiner breukdeel. Schrijf de aftrekking op.

Verander de breuken zodanig dat je ze gemakkelijk kunt aftrekken (daarvoor moeten ze dezelfde noemer hebben) en bereken de uitkomst.

Controleer de uitkomst met behulp van het breukenlaboratorium

(b.v.  $\frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$  of  $\frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{8}{24} - \frac{3}{24} = \frac{5}{24}$ ).

**Tip:** Op de folieschijven zie je andere mogelijkheden, waarvoor er geen breukdelen zijn.

## 7. Veelkleurige cirkels berekenen

Leg een aantal breukdelen in de breukhouder tot de cirkel vol is. Schrijf de vergelijking daarvoor op (b.v.  $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24} = 1$ ).

Kun je met veranderingen van de breuken laten zien waarom de cirkel zo vol wordt? **Tip:** Maak alle breuken daarvoor gelijknamig

(b.v.  $\frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \frac{4}{24} + \frac{6}{24} + \frac{8}{24} + \frac{1}{24} = \frac{24}{24} = 1$ ).

Vind zoveel mogelijk verschillende veelkleurige cirkels.

## 8. Wat ontbreekt er?

Leg een aantal breukdelen in de breukhouder tot die voor meer dan de helft gevuld is. Probeer te berekenen welk deel of welke delen er nog ontbreken om de cirkel vol te maken. Schrijf de berekening eerst op

(b.v.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \square = 1$ ).

**Tip:** Als je alle breuken gelijknamig maakt, is het probleem veel makkelijker op te lossen (b.v.  $\frac{12}{24} + \frac{3}{24} + \frac{2}{24} + \square = \frac{17}{24} + \square = \frac{24}{24}$ ;  $\square = \frac{7}{24}$ ).

Controleer je uitkomst met behulp van het breukenlaboratorium.

## 9. Spel "Breuk of noemer"

**Materiaal:** breukdelen van het breukenlaboratorium

**Aantal spelers:** 3–5

**Doel van het spel:** zoveel mogelijk breukdelen verzamelen door bij het vergelijken van de grootte van de breuk of de grootte van de noemer te winnen van de anderen.





ronde, waarbij er nu minder delen in het midden liggen. Als er van een bepaalde kleur nog maar 1 breukdeel in het midden ligt, is het spel afgelopen. Dan legt elke speler cirkels met de door hem opzij gelegde breukdelen. Met elke volle cirkel worden 3 extra punten verdiend. Wie de meeste punten heeft verzameld, heeft het spel gewonnen.

### 11. Spel "Het ontbrekende stuk pizza"

**Materiaal:** 1 breuklaboratorium (zonder de hele cirkel en de twee halve cirkels), 1 zak

**Aantal spelers:** 1 spelleider of spelleidster, 2 spelers (met aanvullende set tot 4 spelers)

**Doel van het spel:** Elke speler probeert als eerste zijn breukhouder met breukdelen te vullen. De breukhouder moet helemaal vol worden.

**Spelhandleiding:** Er wordt een spelleider aangewezen. De anderen kinderen krijgen elk een breukhouder. Alle breukdelen worden in de zak gestopt. De spelleider trekt voor elke speler een breukdeel, dat deze in zijn breukhouder legt. Nu wordt er telkens een deel uit de zak getrokken en op tafel gelegd. Wie het deel voor het vullen van zijn breukhouder kan gebruiken, legt er snel zijn hand op en neemt het. Hij moet het deel in zijn breukhouder leggen voordat de spelleider een nieuw deel trekt. Als het deel te groot is, moet de speler het terugdoen in de zak, samen met nog een deel uit zijn breukhouder. Wie het eerst zijn breukhouder helemaal vol heeft, heeft gewonnen.

**Rustigere spelvariant:** De spelleider biedt het getrokken deel een voor een aan de spelers aan. Die mogen het aannemen of afwijzen.

### 12. Spel "Breukenbeurs"

**Materiaal:** 1 breuklaboratorium, 1 dobbelsteen met ogen

**Aantal spelers:** 2 (met aanvullende set tot 4 spelers)

**Doel van het spel:** Elke speler probeert als eerste zijn breukhouder met breukdelen te vullen. De breukhouder moet helemaal vol worden.

**Spelhandleiding:** Voor het begin van het spel worden de volgende breukdelen weggelegd:  $\frac{1}{7}$ , 2 maal  $\frac{1}{2}$ , 1 maal  $\frac{1}{3}$  en 1 maal  $\frac{1}{4}$ . Alle andere breukdelen liggen in het midden op tafel. Elke speler heeft een breukhouder voor zich. Om beurten gooien de spelers de dobbelsteen.



- De beurten van het spel worden bepaald door het gegooide aantal ogen:
- 1 breukdeel uit het midden nemen en in de eigen breukhouder leggen
  - 2 breukdelen van dezelfde kleur nemen en in de eigen breukhouder leggen
  - 3 breukdelen van dezelfde kleur nemen en in de eigen breukhouder leggen
  - 4 breukdelen van dezelfde kleur nemen en in de eigen breukhouder leggen
  - Alle spelers moeten 1 breukdeel uit de eigen breukhouder nemen en in het midden leggen
  - Alle spelers moeten hun breukhouder aan de speler rechts van hen geven

De speler kan zelf kiezen welke delen hij wil nemen, maar hij mag alleen delen kiezen waarvan nog het gegooide aantal aanwezig is.

Als de delen niet in de breukhouder passen, moet de speler alle breukdelen van deze beurt in het midden terugleggen.

In plaats van te dobbelen kan een speler ook beslissen een van zijn breukdelen tegen een gelijkwaardig breukdeel in te ruilen (b.v.  $\frac{1}{4}$  tegen  $\frac{3}{12}$ ). Zo kan de speler voorkomen dat hij bij een 5 een groot deel moet afgeven. Wie niet nemen kan, moet inruilen.

Wie zijn houder het eerst vol heeft, krijgt 2 punten. Wie van de spelers precies kan zeggen wat voor breukdeel hij nog mist, krijgt 1 punt (zolang de kinderen nog niet goed zijn in het schatten van de grootte van breukdelen, mogen ze proberen, later moeten ze schatten zonder te proberen). Controles worden met de breukdelen of de folieschijven uitgevoerd.

## Bonus spel "Ruilverhandeling"

**Materiaal:** 1 breuklaboratorium, 2 breukendobbelstenen (vlakken bij gebruikelijke breukendobbelstenen:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{8}$ )

**Aantal spelers:** 1 bankdirecteur, 2 spelers (of 4 spelers in twee groepen)

**Doel van het spel:** door het inruilen van gelijkwaardige breukdelen zo snel mogelijk de eigen breukhouder met breukdelen van dezelfde kleur vullen.

**Spelhandleiding:** De bankdirecteur krijgt alle breukdelen en legt die zo neer dat hij goed overzicht houdt over het aantal delen van elke kleur. Elke speler krijgt een breukendobbelsteen en een breukhouder en van de bank de volgende breukdelen, waarmee hij zijn breukhouder vult:  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{3}{12}$ ,  $\frac{5}{24}$ . Nu gooit hij zijn breukendobbelsteen en legt die zo naast zich dat de



gegooide breuk tijdens het spel zichtbaar blijft. De gegooide breuk geeft aan met welke breukdelen hij zijn breukhouder moet vullen. Als beide spelers dezelfde breuk hebben gegooid, wordt er opnieuw gedubbeld tot de twee gegooide breuken verschillend zijn. Degene die de kleinste breuk heeft gegooid, begint. Hij mag uit zijn breukhouder een of meer breukdelen van dezelfde kleur bij de bank inruilen tegen delen met dezelfde waarde. Dat moet hij mondeling aanvragen, b.v.: "Ik ruil  $\frac{3}{12}$  tegen  $\frac{1}{4}$ ". Als de aanvraag correct is, wordt de ruil uitgevoerd. Als de bank niet voldoende van de aangevraagde delen heeft, mag de speler een andere aanvraag doen. De ruil kan met de folieschijven worden gecontroleerd of door de breukdelen op elkaar te leggen. Pas op: ook de bankdirecteur kan zich vergissen; die moet ook gecontroleerd worden. Vaak kunnen delen die een speler moet verzamelen niet direct ingeruild worden; hij moet dan goed nadenken met welke tussenstappen hij dichterbij zijn doel komt. Als bij één speler aan het eind nog maar 1 breukdeel ontbreekt, dat hij met één beurt zou kunnen inruilen, maar de bank dat breukdeel niet bezit, kan de speler het deel ook inruilen bij de speler die het heeft.

Ne

*Bij bijna al deze spelen wordt het aantal spelers bepaald door het aantal beschikbare breukhouders.*

- 
- |        |                                                                                                 |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 224 59 | Het breukenlaboratorium                                                                         |
| 224 65 | Aanvullingsset A: 2 breukhouders                                                                |
| 224 66 | Aanvullingsset B: breukdelen (gelijke aantallen stuks als in het breukenlaboratorium)           |
| 224 67 | Aanvullingsset C: 15 bedrukte folieschijven (zelfde assortiment als in het breukenlaboratorium) |